MENGHITUNG PREMI ASURANSI DENGAN MENGGUNAKAN

METODE *MARKOV CHAIN*

(STUDI KASUS : PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGUE (DBD) DI

RUMAH SAKIT LABUANG BAJI)

Skripsi

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Meraih Gelar
Sarjana Sains Jurusan Matematika pada Fakultas Sains Dan Teknologi
Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar

Oleh

MAULIDINA
60600112020

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) ALAUDDIN MAKASSAR

2016

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

MOTTO

- Teruslah berusaha karena harapan itu masih ada ketika seseorang itu masih tetap berusaha (penulis).
- Kemenangan yang seindah – indahnya dan sesukar – sukarnya yang boleh direbut oleh manusia ialah menundukkan diri sendiri (Ibu Kartini).

Kuperembahkan Tugas Akhir ini Kepada :

Almarhum Ayah (Abd. Kadir) dan Ibu (Sulhani) tercinta atas doa, nasehat, motivasi, kasih sayang yang tidak bisa diungkapkan dengan kata – kata, kalianlah yang menjadi motivasi terbesarku dalam menyelesaikan tugas akhir ini

Dua orang adik saya yaitu Junianto Kadir dan Haiun Aisyah beserta keluarga besarku yang menjadi penyemangatku dalam menyelesaikan tugas akhir ini

Sahabat – sahabatku Mawar, Eka, Mala, Eki, Risma, Wulan, Nuqe, Anci dan semua anak KURVA 2012 yang selalu memberi suntikan – suntikan positif dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

Senior – senior yang selalu memberi nasehat dan masukan dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

Almamater UIN Alauddin Makassar

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Dengan penuh kesadaran, penyusun yang bertanda tangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi ini benar adalah hasil karya penyusun sendiri. Jika di kemudian hari terbukti bahwa ia merupakan duplikat, tiruan, plagiat, atau dibuat oleh orang lain, sebagaian atau seluruhnya, maka skripsi dan gelar yang diperoleh karenanya batal demi hukum.

Makassar, November 2016

Penyusun,

MAULIDINA
NIM : 60600112020

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur bagi Allah SWT. Tuhan semesta alam, yang hanya kepada-Nyalah, kita harus menghambakan diri. Shalawat serta salam semoga tercurahkan kepada Nabi kita, Muhammad SAW., keluarga serta para sahabatnya dan akhirnya kepada kita sebagai umat yang tunduk terhadap ajaran yang dibawanya.

Skripsi ini dimaksudkan untuk memperoleh gelar sarjana Sains (Matematika). Skripsi ini berisi tentang model *Markov Chain* untuk menghitung premi asuransi pada penderita Demam Berdarah Dengue (DBD) di Rumah Sakit Labuang Baji.

Dalam menyelesaikan Skripsi ini penulis tidak dapat menyelesaikan tugas akhir ini dengan sendiri, melainkan berkat bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu dengan segenap ketulusan hati penulis mengucapkan terima kasih sedalam – dalamnya kepada:

1. Allah SWT yang telah melimpahkan Rahmat dan KaruniaNya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan,
2. Ayahanda yang tercinta Almarhum Abd. kadir, Ibundaku yang aku sayang Sulhani, Adindaku Junianto Kadir dan Hainun Aisyah yang telah memberikan do'a dan dorongan moral dan material serta perhatian dan kasih sayang yang diberikan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini,
3. Bapak Prof. Dr. Musafir Pababbari, M.Si Rektor UIN Alauddin Makassar,
4. Bapak Prof. Dr. Arifuddin Ahmad , M.Ag. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar,

5. Bapak Irwan, S.Si,. M.Si., Ketua Jurusan Sains Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, sekaligus sebagai Pembimbing I yang telah bersedia meluangkan waktu dan penuh kesabaran untuk membimbing, mengarahkan serta memberikan petunjuk dalam penyusunan skripsi ini,
6. Ibu Wahida Alwi, S.Si., M.Si., Sekretaris Jurusan Sains Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar,
7. Bapak / Ibu pada Staf dan Pengajar Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, yang telah memberikan do'a dan dorongan moral serta perhatian dan kasih sayang yang diberikan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini,
8. Adnan Sauddin, S.Pd., M.Si., pembimbing II yang telah bersedia meluangkan waktu dan penuh kesabaran untuk membimbing, mengarahkan serta memberikan petunjuk dalam penyusunan skripsi ini,
9. Ibu Ermawati, S.Si., M.Si., penguji I yang telah bersedia meluangkan waktu untuk menguji, memberi saran dan kritikan untuk kesempurnaan penyusunan skripsi ini,
10. Ibu Khalilah Nurfadillah, S.Si., M.Si., penguji II yang telah bersedia meluangkan waktu untuk menguji, memberi saran dan kritikan untuk kesempurnaan penyusunan skripsi ini,

11. Bapak Muh. Rusdy Rasyid, S.Ag., M.Ag., M.Ed., penguji III yang telah bersedia meluangkan waktu untuk menguji, memberi saran dan kritikan untuk kesempurnaan penyusunan skripsi ini,
12. Kepada Senior – senior yang telah banyak membantu pengerjaan ini, dan terimakasih semangat dan motivasinya,
13. Teman – teman seperjuangan angkatan 2012 " KURVA" yang selalu memberi semangat bersaing sehat dan inspirasi mulai dari awal perkuliahaan hingga penulisan skripsi ini,
14. Kepada Adik-adik mahaiswa dan mahasiswi Matematika 2013, 2014, 2015, dan 2016. Yang turut serta dalam peneyelesaian skripsi in**i**.
15. Kepada seluruh pihak – pihak yang tidak disebutkan satu persatu, terima kasih atas segala do'a dan motivasinya.

Penulis menyadari masih banyak kesalahn dan kekurangan dalam penulisan skripsi ini, untuk itu sangat diharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Namun demikian, penulis tetap berharap semoga skripsi ini bermanfaat untuk semua yang haus akan ilmu pengetahuan.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Makassar, November 2016

Penulis

Maulidina
NIM. 60600112020

DAFTAR ISI

DAFTAR SIMBOL

$K_{t(j)}$	= Jumlah kejadian pada waktu *t*
P	= Probabilitas Transisi
$K_{t(j-1)}$	= Jumlah kejadian pada waktu awal
P_{ij}	= propabilitas transisi (perpindahan dari status i ke status j)
$n_{ij}(t)$	= adalah jumlah perpindah dari status i ke status j dalam periode t
$n_i(t)$	= jumlah i dalam periode t
$P_{ij}^{(n)}$	= probabilitas transisi *n*-langkah
$P_{ik}^{(n)}P_{kj}^{(m)}$	= probabilitas bersyarat dengan titik mulai *state i*, proses menuju ke *state k* setelah *n* langkah dan kemudian ke *state j* setelah *m* langkah
δ	= delta *konecker*
d_k	= diagonal matriks
$\overline{A'}_{x:\overline{n}\rvert}$	= premi asuransi jiwa berjangka

DAFTAR TABEL

hal

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Nama Penyusun : **Maulidina**

Nim : **60600112020**

Judul : **Menghitung Premi Asuransi Dengan Menggunakan Metode *Markov Chain* (Studi Kasus : Penyakit Demam Berdarah Dengue (Dbd) Di Rumah Sakit Labuang Baji)**

Tulisan ini membahas tentang model *Markov Chain* untuk menghitung premi asuransi pada penderita penyakit demam berdarah dengue (DBD) di Rumah Sakit Labuang Baji. Model *Markov Chain* adalah suatu metode yang mempelajari sifat – sifat suatu variabel pada masa sekarang yang di dasarkan pada sifat – sifatnya di masa lalu dalam usaha menaksir sifat – sifat variabel tersebut di masa yang akan datang. Tulisan ini bertujuan untuk mengetahui model probabilitas transisi dari setiap keadaan dengan menggunakan model multistatus Markov dan untuk menentukan premi Asuransi menggunakan Metode Markov.

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, diperoleh model matriks probabilitas transisi p_{5x5}. Selanjutnya menghitung matriks laju transisi, menghitung peluang transisi, menghitung fungsi densitas, dan menghitung premi dari setiap kejadian. Dengan Besar premi asuransi jiwa berjangka 1 tahun yang dibayarkan pada pasien Demam Berdarah Dengue (DBD), untuk setiap peluang transisi sebagai berikut :

$\overline{A}_{x:\overline{1}|00} = Rp\ 789.300$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|01} = Rp\ 1.343.350$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|02} = Rp\ 1.359.500$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|03} = Rp\ 1.360.200$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|04} = Rp\ 1.372.500$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|10} = Rp\ 1.316.000$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|11} = Rp\ 801.450$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|12} = Rp\ 1.315.800$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|13} = Rp\ 1.318.650$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|14} = Rp\ 1.316.850$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|20} = Rp\ 1.313.700$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|21} = Rp\ 1.312.250$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|22} = Rp\ 801.250$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|23} = Rp\ 1.313.000$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|24} = Rp\ 1.285.050$.

Kata kunci : *Makrov Chain, Matriks Probabilitas Transisi, Matriks Laju Transisi, Peluang Transisi, Fungsi Densitas, Premi Asuransi.*

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Hidup penuh dengan risiko yang terduga maupun tidak terduga, oleh karena itulah perlu adanya pemahaman mengenai asuransi. Beberapa kejadian alam yang terjadi memakan banyak korban, baik korban jiwa maupun harta. Hal ini mengingatkan akan perlunya asuransi. Bagi setiap anggota masyarakat termasuk dunia usaha, risiko untuk mengalami ketidakberuntungan seperti ini selalu ada. Dalam rangka mengatasi kerugian yang timbul, manusia mengembangkan mekanisme yang kita kenal sebagai asuransi. Fungsi utama dari asuransi adalah sebagai mekanisme mengalihkan risiko (*risk transfer mecanisme*), yaitu mengalihkan risiko dari suatu pihak (tertanggung) kepada pihak lain (penanggung). Pengalihan risiko ini tidak berarti menghilangkan kemungkinan *misfortune,* melainkan pihak penanggung menyediakan pengamanan finansial (*financial security*) serta ketenangan *(peace of mind)* bagi tertanggung.[1]

Al-Qur'an sendiri tidak menyebutkan secara tegas ayat yang menjelaskan tentang praktek asuransi seperti yang ada pada saat ini. Walaupun begitu Al-Qur'an masih mengakomodir ayat-ayat yang mempunyai muatan nilai – nilai yang ada dalam praktek asuransi, seperrti nilai dasar tolong menolong, kerja sama, atau semangat untuk melakukan proteksi terhadap peristiwa kerugian dimasa yang akan datang. Dalil tersebut terdapat dalam QS al-Maidah/5:2

[1]Faihatuz Zuhairo, *Diklat Kuliah Matematika Asuransi*, (2012), h.1

وَتَعَاوَنُواْ عَلَى ٱلۡبِرِّ وَٱلتَّقۡوَىٰۖ وَلَا تَعَاوَنُواْ عَلَى ٱلۡإِثۡمِ وَٱلۡعُدۡوَٰنِۚ

Terjemahnya :

> "… Dan tolong menolonglah kamu dalam (mengerjakan) kebaikan dan taqwa, dan jangan tolong menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran...[2]

Allah Swt. memerintahkan kepada hamba – hamba – Nya yang beriman untuk saling menolong dalam berbuat kebaikan yaitu kebajikan dan meninggalkan hal – hal yang mungkar: hal ini dinamakan ketakwaan. Allah Swt. Melarang mereka bantu – membantu dalam kebatilan serta tolong – menolong dalam perbuatan dosa dan hal – hal yang diharamkan. Ibnu Jarir mengatakan bahwa dosa itu ialah meninggalkan apa yang diperintahkan oleh Allah untuk dikerjakan. Pelanggaran itu artinya melampaui apa yang digariskan oleh Allah dalam agama kalian, serta melupakan apa yang difardukan oleh Allah atas diri kalian dan atas diri orang lain.[3] Tolong – menolong dalam ayat di atas adalah saling membagi *(share)* yaitu dengan melakukan pembayaran premi yang sesuai dengan ketentuan polis asuransi, namun saat tidak terjadi kecelakaan, uang pembayaran akan digunakan untuk anggota asuransi lainnya.

Allah Swt. berfirman dalam QS al-Albaqarah/1:261

مَّثَلُ ٱلَّذِينَ يُنفِقُونَ أَمۡوَٰلَهُمۡ فِي سَبِيلِ ٱللَّهِ كَمَثَلِ حَبَّةٍ أَنۢبَتَتۡ سَبۡعَ سَنَابِلَ فِي كُلِّ
سُنۢبُلَةٖ مِّاْئَةُ حَبَّةٖۗ وَٱللَّهُ يُضَٰعِفُ لِمَن يَشَآءُۗ وَٱللَّهُ وَٰسِعٌ عَلِيمٌ ٢٦١

---

[2] Kementrian Agama RI, Mushaf Al-Quran Tajwid dan Terjemah (Solo: Abyan, 2014), h.106

[3]Abdullah Bin Muhammad, Bin Abdurrahman Bin Ishaq Al-Sheikh, *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 3*,(Bogor: Putaka Imam Asy-Syafi'i), h.9

Terjemahnya :

> Perumpamaan (nafkah yang dikeluarkan oleh) orang-orang yang menafkahkan hartanya di jalan Allah adalah serupa dengan sebutir benih yang menumbuhkan tujuh bulir, pada tiap-tiap bulir seratus biji. Allah melipat gandakan (ganjaran) bagi siapag dia kehendaki. dan Allah Maha luas (karunia-Nya) lagi Maha Mengetahui.[4]

Ini merupakan perumpamaan yang diberikan Allah ta’ala mengenai pelipat gandaan pahala bagi orang yang menafkahkan harta kekayaan dijalan-Nya dengan tujuan untuk mencari keridhaan – Nya. Dan bahwa sanya kebaikan itu dilipat gandakan mulai dari sepuluh sampai tujuh ratus kali lipat. Allah berfirman: matsalul ladziina yunfiquuna amwaalaHum fii sabiililillaaHi (“Perumpamaan [nafkah yang dikeluarkan oleh] orang-orang yang menafkahkan hartanya di jalan ah.”) Sa’id bin Jubair mengatakan: “Yaitu dalam rangka menaati Allah swt.” Sedangkan Makhul mengatakan: “Yang dimaksud adalah menginfakkan harta untuk jihad, berupa tali kuda, persiapan persenjataan, dan yang lainnya.”[5]menafkahkan harta pada ayat diatas adalah saling bantu – membantu, seperti halnya dengan membagi premi secara tidak langsung yaitu dengan mengasuransikan istri atau anak untuk proteksi terhadap peristiwa kerugian di masa yang akan datang.

Selain itu Allah berfirman dalam QS al-Qashash/28:77

وَٱبْتَغِ فِيمَآ ءَاتَىٰكَ ٱللَّهُ ٱلدَّارَ ٱلْءَاخِرَةَ ۖ وَلَا تَنسَ نَصِيبَكَ مِنَ ٱلدُّنْيَا ۖ

[4]Kementrian Agama RI, Mushaf Al-Quran Tajwid dan Terjemah (Solo: Abyan, 2014), h.44

[5]Abdullah Bin Muhammad, Bin Abdurrahman Bin Ishaq Al-Sheikh, *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 4*,(Bogor: Putaka Imam Asy-Syafi’i), h.428-429

Terjemahnya :

> Dan carilah pada apa yang Telah dianugerahkan Allah kepadamu (kebahagiaan) negeri akhirat, dan janganlah kamu melupakan bahagianmu dari (kenikmatan) duniawi.[6]

Gunakanlah harta yang berlimpah dan nikmat yang bergelimang sebagai karunia Allah kepadamu ini untuk bekal ketaatan kepada Tuhanmu dan mendekatkan diri kepada – Nya dengan mengerjakan berbagai amal pendekatan diri kepada – Nya, yang dengannya kamu akan memperoleh pahala di dunia dan akhirat.[7] Maksud ayat di atas yang berkaitan dengan nilai – nilai asuransi yaitu antisipasi dunia. Antisipasi dunia yang dimaksud adalah prospektif dalam asuransi sosial masyarakat, dimana tidak ada keputusasaan dunia dan akhirat untuk persiapan – persiapan saat sakit ataupun meninggal.

Perusahan – perusahaan asuransi baru muncul dan menawarkan beragam produk asuransi. Salah satu produk asuransi yang sedang berkembang adalah asuransi jiwa. Asuransi jiwa adalah suatu program atau produk asuransi yang memberikan nilai manfaat *(benefite)* pengalihan risiko atas kehilangan nilai ekonomis hidup seseorang berupa pembayaran sejumlah uang tertentu atas kematian tertanggung atau nasabah perusahaan asuransi, kepada anggota keluarga atau ahli waris yang berhak menerimanya sesuai dengan ketentuan polis asuransi. Asuransi jiwa terbagi dalam beberapa jenis, salah satunya adalah asuransi jiwa berjangka. Asuransi jiwa berjangka adalah suatu asuransi apabila pemegang polis mulai dari disetujuinya kontrak asuransi sampai dengan jangka waktu tertentu (meninggal), maka akan dibayarkan uang pertanggungan. Uang pertanggungan

---

[6] Kementrian Agama RI, Mushaf Al-Quran Tajwid dan Terjemhnya (Solo: Abyan, 2014), h. 394

[7]Abdullah Bin Muhammad, Bin Abdurrahman Bin Ishaq Al-Sheikh, *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 4*,(Bogor: Putaka Imam Asy-Syafi'i), h.

yang akan dibayarkan bersifat segera, dimana uang pertanggungan akan dibayarkan segera setelah tertanggung meninggal. Hal ini berarti waktu yang digunakan adalah kontinu.[8]

Pada asuransi ini, seseorang dapat bertransisi dari status tetap pada gradiasi I, gradiasi I ke gradiasi II, gradiasi I ke gradiasi III, gradiasi I ke Sehat, gradiasi I ke meninggal, gradiasi II ke gradiasi I, tetap pada gradiais II, gradiais II ke gradiais III, gradiais II ke sehat, gradiais II ke meninggal, gradiais III ke gradiais I, gradiais III ke gradiais II, tetap pada gradiais III, gradiais III ke sehat dan gradiasi III ke meninggal yang akan membentuk matriks 5×5. Proses perubahan status ini sangat sesuai dimodelkan dengan model multi status. Kajian mengenai penyelesaian model multi status antara lain, (Haberman, 1983) penyelesaian permasalahan model multi status dengan memanfaatkan suatu tabel *decrement*, kemudian (Jones, 1994) dan (Castaneda dan Gerritse, 2010) menggunakan asumsi model markov.

Rantai markov merupakan suatu kasus khusus dari proses markov yang digunakan untuk mempelajari perilaku sistem stokastik tertentu. Proses markov adalah suatu sistem stokastik yang mempunyai karakter bahwa terjadinya suatu *state* pada suatu saat bergantung pada dan hanya pada *state* sebelumnya. Konsep dasar *Markov Chain* berhubungan dengan suatu rangkaian proses dimana kejadian peluang bersyarat kejadian yang akan datang tergantung pada kejadian sekarang.[9]

---

[8] Sitti Aminah,dkk “Premi untuk Asuransi Jiwa Berjangka pada Kasus Multistate”, Jurnal Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau Kampus Binawidya 28293 Indonesia. Diakses 20 Oktober 2015

[9]Baione Fabio, Levantesi Susanna, “A health insurance pricing model based on prevalence rates: Application ti critical illness insurance”. Jurnal Insurance: Mathematic and economic Vol. 58 19 July 2014:174-148. Diakses pada 25 Oktober 2015.

Penelitian ini berfokus pada asuransi kesehatan berjangka, yaitu memberikan perkiraan intensitas transisi dari keadaan data rekam pasien. Dengan adanya asumsi-asumsi ini, untuk mengetahui peluang transisi dicari dengan menggunakan persamaan diferensial Chapman-Kalmogorov dan juga menggunakan laju transisinya.

Berdasarkan rangkaian pemikiran di atas, penulisan tugas akhir ini akan menentukan premi asuransi dengan menggunakan metode markov chain.

B. Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana model probabilitas transisi dari setiap keadaan dengan menggunakan model multistatus Markov?
2. Bagaimana menentukan premi Asuransi menggunakan Metode Markov?

C. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui model probabilitas transisi dari setiap keadaan dengan menggunakan model multistatus Markov.
2. Untuk menentukan premi Asuransi menggunakan Metode Markov.

D. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Perubahan status individu yang terjadi bisa dinyatakan sebagai rantai markov waktu diskrit.
2. Probabilitas transisi hanya bergantung pada interval waktu perpindahan status saja bukan pada waktu awal.

3. Perjalan status pasien hanya berdasarkan data rekam medis yang diperoleh.

E. Manfaat Masalah

1. Bagi Peneliti Sendiri

   Untuk memperdalam pemahaman penulis tentang Pengaplikasian Model Markov Chain untuk penentuan premi Asuransi jiwa.

2. Bagi Pembaca

   Karya tulis ilmiah ini dapat dijadikan sebagai referensi dan bahan pustaka bagi pembaca yang ingin mengadakan penelitian lebih lanjut mengenai Markov Chain untuk Premi Asuransi .

3. Bagi Pihak Rumah Sakit

   Karya tulis ini dapat dijadikan sebagai bahan perbandingan dan dapat di gunakan apabila mencapai kelayakan.

F. Sistematika Pembahasan

Untuk mempeoleh gambaran menyeluruh mengeai rancangan isi karya tulis ini, secara umum dapat dilihat dari sistematka penulisan di bawah ini :

BAB I : PENDAHULUAN

Bagian ini merupakan bab pendahuluan yang berisi Latar Belakang, Rumusan Masalah, Tujuan Penelitian, Batasan Masalah, Manfaat Penelitian dan Sistematika Penulisan.

BAB II : KAJIAN PUSTAKA

Bagian ini akan diuraikan dan dibahas mengenai pengertian – pengertian yang menyangkut masalah asuransi dan markov chain dan hal-hal yang berkaitan dengan karya tulis.

BAB III : METODOLOGI PENELITIAN

Bagian ini merupakan bab Metodologi penelitian yang berisi Jenis Penelitian, Jenis dan Sumber Data, Waktu dan Lokasi Penelitian, Defenisi Operasional Variabel, Teknik Pengumpulan Data dan Prosedur Penelitian.

BAB IV : HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian ini menguraikan hasil penelitian dengan menganalisis data-data penelitian dan menguraikan pembahasan dari penelitian tersebut.

BAB V : PENUTUP

Bagian ini berisi kesimpulan dari hasil penelitian yang telah dilakukan dan saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

Kajian Pustaka

A. Probabilitas

1. Konsep Dasar Probabilitas

Probabilitas adalah sebuah bilangan yang terletak diantara 0 dan 1 yang berkaitan dengan suatu peristiwa *(event)* tertentu. Jika peristiwa itu pasti terjadi, maka probabilitas kejadian/peristiwa itu adalah 1 dan jika peristiwa itu mustahil terjadi, maka probabilitas adalah 0.[10]

Definisi 2.1 Probabilitas suatu kejadian A dalam ruang sampel S dinyatakan dengan :

$$0 \leq \Pr(A) \leq 1; \; P(\emptyset) = 0; P(S) = 1 \qquad (2.1)$$

Misal A_i, $i = 1,2,\dots,m$ adalah titik-titik sampel didalam ruang sampel S dan jika $P(A_i)$ adalah titik sampel A_i, maka jumlah peluang setiap titik A_i didefinisikan :[11]

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1. \qquad (2.2)$$

■

Terdapat dua prosedur penting untuk menentukan pobabilitas dari suatu kejadian.

1. Metode Klasik

   Menurut pendekatan klasik, probabilitas didefinisikan sebagai hasil bagi banyaknya peristiwa yang dimaksud dengan seluruh peristiwa yang mungkin.

---

[10] Harinaldi,*Prinsip – prinsip Satistik Untuk Teknik dan Sains*, (Jakarta : Erlangga,2005), h.46

[11]Walpole, Ronald. E & Myers, Raymond H, 1995, ilmu peluang dan statistik untuk insinyur dan ilmuwan, Bandung : Institut Teknologi Bandung, h.13

Dirumuskan :

$$P_r(A) = \frac{n(A)}{n(s)} \qquad (2.3)$$

Dimana :

$P_r(A)$ = Probabilitas terjadinya peristiwa A

$n(A)$ = Jumlah peristiwa A

$n(s)$ = Jumlah peristiwa yang mungkin

2. Metode Frekuensi

Menurut pendekatan frekuensi relatif, probabilitas dapat didefinisikan sebagai berikut :

1. Proporsi waktu terjadinya suatu peristiwa dalam jangka panjang, jika kondisi stabil.
2. Frekuensi relatif dari seluruh peristiwa dalam sejumlah besar percobaan.

Probabilitas berdasarkan pendekatan ini sering disebut sebagai probabilitas Empiris. Nilai probabiltas ditentukan melalui percobaan, sehingga nilai probabilitas itu merupakan limit dari frekunsi relatif peristiwa tersebut.

Dirumuskan :

$$P_r(X = x) = \lim \ \frac{f}{n}, \text{ untuk } n \to \infty. \qquad (2.4)$$

Dimana :

$P_r(X = x)$ = Probabilitas terjadinya peristiwa x

f = Frekunsi peristiwa x

n = Banyaknya peristiwa yang bersangkutan.

2. Sifat – sifat Probabiitas

Misalnya ada suatu ruang sampel S. Jika S diskrit, semua sub himpunan akan bersesuaian dengan kejadian – kejadian dan sebaliknya, akan tetapi jika S non – diskrit, hanya subhimpinan – subhimpunan khusus (yaitu subhimpunan yang terukur) saja yang bersesuaian dengan kejadian – kejadian untuk setiap kejadian *A* di dalam kelas *C*, di asosiasikan sebuah bilangan rill *P(A)*. Maka *P* disebut fungsi probabilitas, dan *P(A)* sebagai probabilitas dari kejadian *A*, jika sifat – sifat berikut terpenuhi :

1. Untuk setiap kejadian *A* di dalam kelas *C*, di mana *P(A)* adalah bilangan real non – negatif.

   $$0 \leq P(A) \leq 1$$

2. Untuk kejadian pasti *S* di dalam kelas *C*,

   $$P(S) = 1$$

3. Untuk semua kejadian saling lepas $A_1, A_2, \ldots$, di dalam kelas *C*,

   $$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots$$

   Secara khusus untuk dua kejadian saling lepsa A_1, A_2,

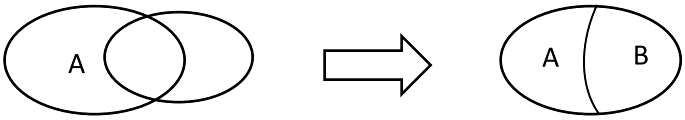
   $$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$$ [12]

3. Probabilitas Bersyarat

Probabilitas bersyarat *(conditional probability)* adalah probabilitas dari sebuah peristiwa yang akan terjadi jika sebuah peristiwa lainnya telah terjadi. Dari Gambar 2.1 dapat dimengerti bahwa dengan diketahui terlebih dahulu

[12] Murray R. Spiegel;dkk, *Probabilitas dan Statistik*, (Jakarta: Erlangga,2004) hal. 5

berlangsungnya peristiwa *B*, maka terjadi perubahan (pengurangan) pada ruang sampel yang perlu dipertimbangkan untuk menentukan probabilitas peristiwa *A*.



Gambar 2.1 Ruang Sampel Probabilitas Ruang Bersyarat

Definisi 2.2 Probabilitas bersyarat peristiwa A akan terjadi jika peristiwa B telah terjadi didefinisikan sebagai berikut :[13]

$$P\ (A|B) = \frac{P\ (A \cap B)}{P(B)} \qquad \text{dimana} \qquad P(B) > 0 \qquad (2.5)$$

Ini hanya berlaku apabila $P(B) \neq 0$. Karena jika $P(B) = 0$ maka $P(A|B)$ tidak terdefinisi. ■

Teorema 2.1 Untuk setiap peristiwa *A* dan *B*

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A)$$

Pembuktian :

Dari definisi 2.2 didapat bahwa:

$$P(A|B) = \frac{P\ (A \cap B)}{P(B)}$$

Sehingga : $P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$ (2.6)

Demikian juga untuk peristiwa *B* dengan *A* didapat:

$$P(B|A) = \frac{P\ (B \cap A)}{P(A)}$$

Sehingga : : $P(B \cap A) = P(A)P(B|A)$ (2.7)

Karena $P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(B)P(A|B)$ ■

[13]Harinaldi, *Prinsip-prinsip Statistik untuk Teknik dan Sains*, h. 46-49

4. Beberapa Aturan Dasar Probabilitas

Secara umum, beberapa kombinasi dari kejadian dalam sebuah eksperimen dapat dihitung probabilitasnya berdasarkan dua aturan, yaitu aturan penjumlahan dan aturan perkalian.

a. Aturan penjumlahan

Aturan menerapkan aturan penjumlahan ini, harus dilihat jenis kejadiannya apakah bersifat salig lepas *(mutually exclusive)* atau tidak saling lepas.

1. Kejadian saling lepas

Aturan penjumlahan yang diterapkan untuk kejadian saling lepas disebut dengan aturan penjumlahan khusus. Kejadian saling lepas adalah kejadian dimana jika sebuah kejadian terjadi, maka kejadian kedua adalah kejadian yang saling lepas. Jika A telah terjadi, maka kejadian B tidak akan terjadi.

Definisi 2.3 Kejadian A dan B dikatakan saling lepas secara stokastik atau bebas secara statistik jika:

$$P\ (A\ atau\ B) = P(A) + P(B) \tag{2.8}$$

[14] ■

Teorema 2.2 Jika A dan B adalah kejadian – kejadian yang saling bebas maka A dan B^c juga saling bebas.

Pembuktian :

Akan ditunjukkan bahwa $P(A \cap B^c) = P(A)P(B^c)$

Karena $A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c) dan\ (A \cap B) \cap (A \cap B^c) = \emptyset$

Maka $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$

[14] J. Supranto, *Statistik Teori dan Aplikasinya*, (Jakarta :Erlannga, 2008),h.332

Jadi $P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$

$$= P(A) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) - P(A)P(B)$$

$$= P(A)\big(-P(A)\big)$$

$$= P(A)P(B^c) \qquad (2.9)\blacksquare$$

Untuk tiga kejadian saling lepas yang dinyatakan *A*,*B* dan *C* ditulis :

$$P(A \text{ atau } B \text{ atau } C) = P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) \qquad (2.10)$$

Selanjutnya kalau ada kejadian katakanlah $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_k$ yang saling lepas, maka akan diperoleh rumus berikut:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k = \sum_{i=1}^{k} P(A_i) \qquad (2.11)$$

2. Kejadian tidak saling lepas

Kejadian tidak saling lepas adalah kejadian dimana jika terjadi sebuah kajadian, maka peluang bahwa *A* mungkin terjadi dan *B* mungkin terjadi. aturan umum untuk penjumlahan untuk kejadian – kejadian yang tidak saling lepas pada dua kejadian *A* dan *B* di tulis:

$$P(A \text{ atau } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \qquad (2.12)$$

3. Kejadian saling bebas dan tidak salin bebas

Dua kejadian *A* dan *B* dikatakan saling bebas (*independen)* apabila terjadinya kejadian *A* tidak mempengaruhi probabilitas terjadinya peristiwa *B*. Sebaliknya, jika terjadinya kejadian *A* mempengaruhi probabilitas terjadinya kejadian *B* disebut kejadian tidak saling bebas *(dependen)*. Kejadian bersyarat merupakan contoh dari kejadian yang tidak saling bebas. Jika kejadian A dan B saling bebas, maka berlaku :[15]

$$P(A|B) = P(A) \text{ dan juga } P(B|A) \tag{2.13}$$

B. Distribusi Probabilitas Diskrit

Definisi 2.4 Jika X suatu variabel random, dan jika banyak harga-harga yang mungkin dari X adalah berhingga atau tak terhingga terhitung, maka X disebut suatu variabel random diskrit, jadi harga *X* dapat disusun sebagai $x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ ■

Definisi 2.5 jika X suatu variabel random diskrit dengan harga-harga $x_1, x_2, \ldots$, maka suatu fungsi $f(x) = P(X = x)$ disebut suatu fungsi probabilitas atau fungsi densitas probabilitas dari *X*, apabila memenuhi syarat-syarat :

1. $f(x) \geq 0$ untuk semua x
2. $\sum_{i=1}^{n} f(x) = 1$

Fungsi distribusi untuk semua variabel acak diskrit *X* dapat diperoleh dari fungsi probabilitasnya dengan memperhatikan bahwa, untuk semua x dalam $(-\infty, \infty)$.

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{u \leq x} f(u)$$

Dimana jumlah tersebut adalah untuk semua nilai u yang dipakai oleh X dimana $u \leq x$. Jika X hanya memiliki nilai $x_1, x_2, \ldots, x_n$ yang berjumlah finit maka fungsi distribusinya adalah:[16] ■

[15]J. Supranto, *Statistik Teori dan Aplikasinya*, h.335-339

$$F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < x_1 \\ f(x_1) & x_1, x < x_2 \\ f(x_1) + f(x_2) & x_2 \le x < x_3 \\ & \\ f(x_1) + \cdots + f(x_n) & x_n \le x < \infty \end{cases}$$

C. Proses Bernouli

Sebelum membicarakan analisis umum tentang rantai markov dengan parameter diskrit, akan dipelajari bentuk rantai yang paling sederhana yang disebut proses Berbouli dari dua anggota 0 dan 1. Untuk memahami proses ini diambil persoalan pengawasan persediaan sebagai contoh.

Misalkan anggota T ialah periode bulanan yang berurutan dan diberi tanda $n = 0,1,2, \ldots$ Himpunan I = (0,1) sedemikian hingga 0 bersesuaian dengan "tidak terjadi pesanan" dan 1 bersesuaian dengan "terjadi pesanan". Tentukan deretan variabel acak $\{X_n\}$, $n = 0,1,2, \ldots$ sedemikian hingga $X_n = 0$ bila proses dalam bulan n adalah dalam keadaan 0, dan $X_n = 1$ bila proses dalam bulan n adalah keadaan 1.

Proses stokastik $\{X_n,\ n$ dalam T$\}$ adalah suatu bentuk rantai markov parameter diskrit yang ditandai oleh :

1. Syarat awal

   $P = \{X_0 = 1\} = \propto$ (2.14)

   $P = \{X_0 = 1\} = 1 - \propto$ (2.15)

Di mana $\propto$ mempunyai harga 0 atau 1. Jadi, bila untuk $n = 0$ pelanggan tidak melakukan pesanan, maka $\propto = 0$; sedangkan bila ada pesanan, maka $\propto = 1$.

[16] Murray R. Spiegel;dkk,*Probabilitas dan Statistik,* h.31

2. Peluang peralihan

   Ini dapat kita tulis sebagai :

$$P\left\{x_n = \frac{1}{X_{n-1}} = 1\right\} = P_1 \qquad (2.16)$$

$$P\left\{x_n = \frac{1}{X_{n-1}} = 0\right\} = P_0 \qquad (2.17)$$

Di mana di anggap bahwa harga P_1 dan P_0 tidak tergantung pada ; karena itu formula di atas berlaku untuk $n = 1,2, \ldots$ karena sifat-sifat peluang bersyarat, maka diperoleh :

$$P\left\{x_n = \frac{0}{X_{n-1}} = 1\right\} = q_1 = 1 - P_1 \qquad (2.18)$$

$$P\left\{x_n = \frac{0}{X_{n-1}} = 1\right\} = q_0 = 1 - P_0 \qquad (2.19)$$

Empat rumus peluang bersyarat di atas, menggambarkan seluruh peralihan dari bulan $n - 1$ bulan n berikutnya untuk tiap $n = 1,2, \ldots$

Pada mulanya informasi ini seolah – olah tidak cukup untuk mengkarakteristik peluang peralihan rantai markov, maka menurut uraian sebelumnya menyatakan bahwa mengetahui peluang bersyarat memerlukan lengkap antar dua langkah m dan n sedemikian $0 \leq m < n$. Akan tetapi, di sini cukuplah mengetahui keempat rumus untuk dapat menentukan peluang peralihan antara dua langkah sebarang.

Tujuannya ialah menentukan fungsi peluang dari X_n untuk n tertentu dimana $n = 0,1,2, \ldots$ yaitu :

$$P\{X_n = r\} = \begin{cases} P_r(n), & r = 0,1 \\ 0, & r = 2, 3 \end{cases}$$

Karena itu, bila $P_0(n)$ dan $P_1(n)$ sudah dapat ditentukan, maka fungsi peluang dari X_n sudah dapat diketahui.[17]

D. Proses Stokastik

Proses stokastik ialah suatu himpunan variabel acak $\{X\ (t)\}$ yang tertentu dalam ruang sampel yang sudah diketahui, di mana t merupakan parameter waktu (indeks) dari suatu himpunan T. Proses stokastik dibedakan oleh ruang keadaan, atau rentang nilai yang mungkin untuk variabel-variabel acak X_t, himpunan index himpunan T, dan hubungan ketergantungan antara variabel acak X_t.[18]

E. Rantai Markov *(Markov Chain)*

Definisi 2.6 Misalkan $X_0, X_1, X_2, \ldots$ adalah barisan peubah acak yang berada pada ruang *state* S. Proses tersebut disebut rantai markov jika: [19]

$$P(X_{n+1} = X_{n+1} | X_n = x_n, \ldots, X_0 = x_0) = P(X_{n+1} = X_{n+1} | X_n = x_n) \qquad (2.20)$$

■

Probabilitas ini menyatakan bahwa probabilitas pada waktu (langkah) ke $(n+1)$ hanya dipengaruhi oleh langkah ke n dan tidak dipengaruhi oleh langkah-langkah sebelumnya. Probabilitas bersyarat $P[X_{n+1} = X_{n+1} | X_n = x_n]$ disebut probabilitas transisi satu langkah bahwa proses pada keadaan X_{n+1} pada waktu $(n+1)$ jika mula-mula proses pada keadaan X_n pada waktu n.

Definisi 2.7 Sebuah Proses stokastik $\{X_n, n \geq 0\}$ pada ruang S adalah sebuah rantai markov waktu diskrit jika, untuk semua i dan j di S :

---

[17]P. siagian, *Penelitian Operasional,* (Jakarta :UI-Press, 1987), h. 493-495

[18]Terjemahan Haward M. Taylor and Samuel Karlin, *An Introduction to Stochastic Modeling Third Edition*, (USA : Academic Press,1998), h. 5

[19] V.G. Kulkarni, *Modeling, Analysis, Design, and Control of Stochatic Systems*,(America :Spinger,1999), h.105

$P(X_{n+1} = j|X_n = i, X_{n-1}, \ldots, X_0 \} = P(X_{n+1} = j|X_n = i).$ (2.21)

Sebuah rantai markov waktu diskrit $\{X_n, n \geq 0\}$ dikatakan waktu homogen jika, untuk semua $n = 0,1, \ldots,$[20] ■

Teorema 2.3 Memberi $P = [p_{i.j}]$ berukuran $N \, x \, N$ adalah transisi probabilitas matriks dari sebuah rantai markov waktu diskrit $\{X_n, n \geq 0\}$ pada ruang sampel $S = \{1,2, \ldots, N\}$. Maka :

1. $p_{i.j} \geq 0,$ $\quad 1 \leq i, j \leq N;$
2. $\sum_{j=1}^{N} p_{i.j} = 1,$ $\quad 1 \leq i \leq N$[21]

Pembuktian :

Non negatif dari $p_{i.j}$ berikut merupakan (syarat) probabilitas. Untuk membuktikan pernyataak kedua, yaitu

$$\sum_{j=1}^{N} p_{i.j} = \sum_{j=1}^{N} P(X_{n+1} = j|X_n = i)$$

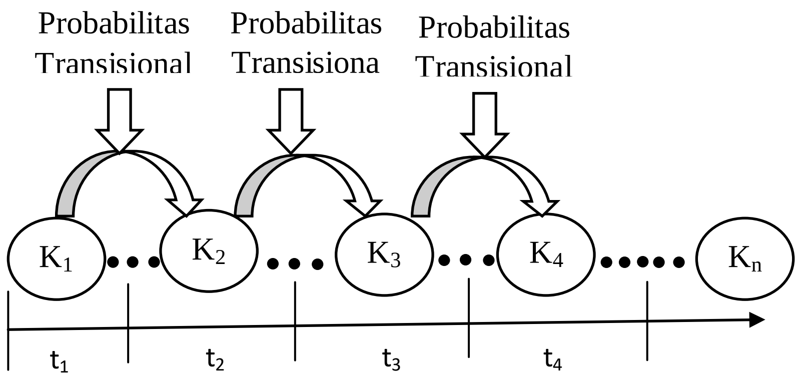
$$= P(X_{n+1} \in S|X_n = i). \quad (2.22)$$

karena X_{n+1} adalah sebuah nilai dalam ruang keadaan S, terlepas dari nilai X_n, berikut bahwa jumlah terakhir adalah 1. [22] ■

Gambaran mengenai rantai markov ini kemudian dituangkan ke dalam Gambar 2.2 di mana gerakan – gerakan dari beberapa variabel di masa yang akan datang bisa diprediksi berdasarkan gerakan – gerakan variabel tersebut di masa lalu. X_{t4} di pengaruhi oleh kejadian X_{t3} , X_{t3} di pengaruhi oleh kejadian X_{t2}, dan

[20] V.G. Kulkarni, *Modeling, Analysis, Design, and Control of Stochatic Systems*, h.107
[21] V.G. Kulkarni, *Modeling, Analysis, Design, and Control of Stochatic Systems*, h.109
[22] V.G. Kulkarni, *Modeling, Analysis, Design, and Control of Stochatic Systems*, h.109

demikian seterusnya di mana perubahan ini terjadi karena peranan probabilitas transisional. Kejadian X_{t2} misalnya, tidak akan di mempengaruhi kejadian X_{t4}. Karakteristik model seperti ini telah memungkinkan eksplorasi penerapan di berbagai bidang.



Gambar 2.2 Proses markov[23]

Karena sifatnya yang berantai tersebut, maka teori ini dikenal pula dengan nama Rantai Markov. Dengan demikian, rantai markov akan menjelaskan gerakan – gerakan beberapa variabel dalam suatu periode waktu di masa yang akan datang berdasarkan pada gerakan – gerakan variabel dalam satu periode waktu di masa yang akan datang berdasarkan pada gerakan – gerakan variabel tersebut di masa kini. Secara matematik, dapat ditulis[24]

$MK_t = MK_{t-1}$ x P

Di mana :

MK_t = Jumlah kejadian pada periode *t*

P = Probabilitas Transisi

MK_{t-1} = Jumlah peminat pada periode awal.

[23] [23] Sri Mulyono, *Riset Operasi*, (Jakarta:Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, 2004), h. 255

[24] Sri Mulyono, *Riset Operasi*, h. 255

1. Peralatan Analisis Markov

Informasi yang dapat dihasilkan dari analisis markov adalah probabilitas berada dalam suatu status pada satu periode di masa depan. Untuk memperoleh itu, seluruh probabilitas transisi dalam proses markov memainkan peran yang menentukan. Ada dua cara menemukan informasi itu, yaitu dengan *probabilitas tree* dan perkalian matrik.

Probabilitas tree merupakan cara yang nyaman untuk menunjukkan sejumlah terbatas transisi dari suatu proses markov.[25] Namun jika yang ingin diketahui probabilitas pada periode ke *t* di masa depan, di mana *t* cukup besar, maka untuk menjawabnya perlu dengan perkalian matriks.

2. Asumsi-asumsi Dasar Rantai Markov

Penggunan rantai markov terhadap suatu masalah memerlukan pemahaman tentang tiga keadaan yaitu keadaan awal, keadaan transisi dan keadaan setimbangnya. Dari tiga keadaan tersebut, keadaan transisi merupakan yang terpenting. Oleh karena itulah asumsi – asumsi dalam rantai markov hanya berhubungan dengan keadaan transisi. Asumsi – asumsi dalam rantai markov adalah sebagai berikut :

a. Jumlah probabilitas transisi keadaan adalah 1.
b. Probabilitas transisi konstan sepanjang waktu.
c. Probabilitas transisi hanya tergantung pada status sekarang, bukan pada periode sebelumnya.

---

[25] Sri Mulyono,*Riset Operasi*, h.261

3. Matriks Probabilitas Transisional

Definisi 2.8 Peluang transisi, P_{ij} merupakan peluang pada sistem yang bergerak dari *state* i ke j dalam satu langkah (pada satu percobaan atau dalam satu interval waktu).[26]

Oleh karena P_{ij} adalah peluang, untuk setiap i dan j maka :

$$P_{ij} \geq 0$$

Dan untuk setiap i maka :

$$\sum_{j=0}^{n} P_{ij} = 1$$

Sebelum membuat matriks probabilitas transisional terlebih dahulu harus dihitung probabilitas transisinya dengan menggunakan rumus :

$$P_{ij} = \frac{n_{ij}(t)}{n_i(t)} \qquad (2.23)$$

dimana,

P_{ij} = propabilitas transisi (perpindahan dari status i ke status j)

$n_{ij}(t)$ = adalah jumlah perpindah dari status i ke status j dalam periode t

$n_i(t)$ = jumlah i dalam periode t.[27]

4. Keadaan Probabilitas Transisi n – langkah

Teorema 2.4 Matriks probabilitas transis – *n* langkah[28]

Pembuktian :

---

[26] V.G. Kulkarni, *Modeling Analysis design and Control of Stochastic System*, h. 116-177

[27] Howard Anton, *Aljabar Linear Elementer Edisi kedelapan*, (Jakarta :Erlangga,2005), h. 22

[28] V.G Kulkarni, *Moodeling Analysis design and control of stochastic system*, h.115

Jika $P^0 = I$ dan $P^1 = P$, teorema ini berlaku untuk $n = 0{,}1$. oleh karena itu, misalkan $n \geq 2$. Dimiliki :

$$P_{ij}{}^{(n)} = P(X_n = j|X_0 = i)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} P(X_n = j|X_{n-1} = k, X_0 = i)P(X_{n-1} = k|X_0 = i)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} P_{ik}{}^{(n-1)} P(X_n = j|X_{n-1} = k, X_0 = i)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} P_{ik}{}^{(n-1)} P(X_n = j|X_{n-1} = k)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} P_{ik}{}^{(n-1)} P(X_1 = j|X_0 = k)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} P_{ik}{}^{(n-1)} P_{kj} \tag{2.24}$$

■

Matriks probabilitas transisi $P_{ij}{}^{(n)} = P(X_n = j|X_0 = i)$ maka dapat dibentuk probabilitas n-langkah yang menyatakan probabilitas transisi dari status i ke status j melalui n langkah transisi yang dinotasikan sebagai berikut :

$$P_{ij}{}^{(n)} = P(X_{n+1} = j|X_0 = i)$$

$$P_{ij}{}^{(n)} = P(X_{n+1} = j|X_n = i)$$

$$P_{ij}{}^{(n)} = P(X_{n+1} = j|X_0 = i), n \geq 0, \;\; i, j \geq 0$$

Nilai-nilai $P_{ij}{}^{(n)}$ disebut probabilitas transisi n langkah, dan dapat di gambarkan dalam suatu matriks transisi n-langkah :

$$P^{(n)} = \left[P_{ij}{}^{(n)}\right]$$

Dimana :

$$0 \leq P_{ij}{}^{(n)} \leq 1 \qquad n = 0,1,2,\ldots \qquad i,j = 0,1,2,\ldots,m$$

Dan

$$\sum_{j=0}^{n} P_{ij}{}^{(n)} = 1 \qquad n = 0,1,2 \qquad i = 0,1,2,\ldots,$$

Matriks transisi 0-langkah permulaaan adalah matriks idensitas (*I*).

$$P_{ij}{}^{(0)} = P(X_n = j|X_0 = i) = \begin{cases} 1 & jika \quad i = j \\ 0 & jika \quad i \neq j \end{cases}$$

Diperoleh matriks :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga $P^{(0)} = I$ berlaku pada matriks *N x N*.

Untuk rantai Markov dengan status stasioner maka :

Bentuk matriks probabilitas transisi – *n* langkah

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} State \quad 0 & 1 & \ldots & M \end{array} \\ P^{(n)} = \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ M \end{array} & \begin{bmatrix} P_{00}{}^{(n)} & P_{01}{}^{(n)} & \cdots & P_{0M}{}^{(n)} \\ P_{10}{}^{(n)} & P_{11}{}^{(n)} & \cdots & P_{1M}{}^{(n)} \\ P_{M0}{}^{(n)} & P_{M1}{}^{(n)} & \cdots & P_{MM}{}^{(n)} \end{bmatrix} \end{array} \qquad (2.25)$$

Perhatikan bahwa probabilitas transisi pada baris dan kolom tertentu adalah untuk transisi dari *state* baris *state* kolom. Ketika *n=1*, buang *superscript n* dan hanya menyebutnya matriks transisi.

Rantai markov yang dibicarakan mempunyai sifat sebagai berikut :

1. Jumlah *state* yang terbatas
2. Probabilitas transisi stasioner

Akan diasumsikan bahwa diketahui nilai awal probabilitas $P(X_0 = i)$ untuk semua *i.*[29]

5. Persamaan Chapman - Kolmogorov

Persamaan Chapmon Kolmogorov adalah suatu metode yang diberikan untuk menghitung probabilita transisi n langkah yaitu :

$$P_{ij}{}^{(\mathrm{n})} = \sum_{k=0}^{N} P_{ik}^{m} P_{kj}^{(n-m)} = \sum_{k=0}^{N} P_{ik}^{(n-m)} P_{kj}^{(m)} \,; 0 \le s \le t \qquad (2.26)$$

Teorema 2.5 Probabilitas n-langkah transisi memenuhi persamaan berikut, yang disebut persamaan *Chapman – Kalmogorv:*[30]

$$P_{ij}{}^{(n+m)} = \sum_{k=1}^{N} P_{ik}{}^{(n)} P_{kj}{}^{(m)}$$

Pembuktian:

Berdasarkan teorema (2.4) Untuk semua $m, n \geq 0$, maka ;

$$= \sum_{k=1}^{N} P(X_{n+m} = j | X_n = k, X_0 = i) P(X_n = k | X_0 = i)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} P(X_{n+m} = j | X_n = k) P(X_n = k | X_0 = i)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} P(X_m = j | X_0 = k, X_0 = i)\, P(X_n = k \,| X_0 = i)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} P(X_n = k | X_0 = i)\ \ P(X_m = j \,| X_0 = k)$$

$$= \sum_{k=1}^{N} P_{ik}^{(n)} P_{kj}^{(m)}.$$

Dari persamaan Chapman-kalmogorof untuk waktu homogen dinyatakan dengan :

$$P_{ij}(t+u) = \sum_k P_{ik}(t) P_{kj}(u), \qquad t, u > 0 \qquad (2.27)$$

$$P_{ij}(t) = P(X_{t+u} = j | X_u = i).$$

[29] Hiller & Lieberman, *Introduction to operation research*, (Yogyakarta: Andi, 2008),h.165

[30] V.G Kulkarni, *Moodeling Analysis design and control of stochastic system*, h.119

Peluang transisi dapat disusun dalam bentuk matriks yang disebut matriks peluang transisi. Untuk matriks peluang transisi dengan kasus lima *state* maka digunakan matriks berukuran $5x5$ berikut :

$$\boldsymbol{P(t)} = \begin{bmatrix} P_{00}(t) & P_{01}(t) & P_{02}(t) & P_{03}(t) & P_{04}(t) \\ P_{10}(t) & P_{11}(t) & P_{12}(t) & P_{13}(t) & P_{14}(t) \\ P_{20}(t) & P_{21}(t) & P_{22}(t) & P_{23}(t) & P_{24}(t) \\ P_{30}(t) & P_{31}(t) & P_{23}(t) & P_{33}(t) & P_{34}(t) \\ P_{40}(t) & P_{41}(t) & P_{24}(t) & P_{43}(t) & P_{44}(t) \end{bmatrix} \qquad (2.28)$$

6. Laju Transisi Rantai Markov

Besarnya perpindahan dari *state i* berpindah ke *stete j* dipengaruhi oleh percepatan atau laju yang disebut laju transisi. Laju transisi rantai markov didefenisikan dengan :

$$\mu_{ij}(t) = \lim_{t \to u} \frac{P_{ij}(t,u) - \delta_{ij}}{u-t}. \qquad (2.29)$$

Dengan δ_{ij} disebut dengan *kronecker delta* yaitu :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

Sehingga laju transisi untuk *i* = *j* didefenisikan dengan :

$$\mu_{ij}(t) = \lim_{t \to u} \frac{P_{ij}(t,u) - 1}{u-t}$$

Sedangkan untuk $i \neq j$ laju transisinya adalah:

$$\mu_{ij}(t) = \lim_{t \to u} \frac{P_{ij}(t,u)}{u-t}$$

Laju transisi untuk *i* = *j* dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$\mu_{ij}(t) = \lim_{t \to u} \frac{P_{ii}(t,u) - 1}{u-t}$$

$$= -\lim_{t \to u} \frac{1 - P_{ii}(t,u)}{u-t}$$

$$= -\mu_{ij}(t)$$

Berdasarkan sifat peluang bahwa:

$$P_{ii}(t,u) + \sum_{j \neq i}^{N} P_{ij}(t,u) = 1$$

$$P_{ii}(t,u) - 1 + \sum_{j \neq i}^{N} P_{ij}(t,u) = 1$$

Jika persamaan di atas diubah dalam bentuk limit maka:

$$\lim_{u \to t} \frac{P_{ii}(t,u) - 1}{u - t} + \lim_{u \to t} \frac{\sum_{j \neq i}^{N} P_{ii}(t,u)}{u - t} = 0$$

$$\lim_{u \to t} \frac{P_{ii}(t,u) - 1}{u - t} + \sum_{j \neq i}^{N} \frac{\lim_{u \to t} P_{ii}(t,u)}{u - t} = 0$$

$$\mu_{ii}(t) + \sum_{j : j \neq i}^{N} \mu_{ij}(t) = 0$$

$$-\mu_{ii}(t) = \sum_{j : j \neq i}^{N} \mu_{ij}(t)$$

Berdasarkan uraian tentang laju transisi, maka matriks untuk laju transisinya adalah:

$$\boldsymbol{M}(t) = \begin{bmatrix} -\mu_{00}(t) & \mu_{01}(t) & \mu_{02}(t) & \mu_{03}(t) & \mu_{04}(t) \\ \mu_{10}(t) & -\mu_{11}(t) & \mu_{12}(t) & \mu_{13}(t) & \mu_{14}(t) \\ \mu_{20}(t) & \mu_{21}(t) & -\mu_{22}(t) & \mu_{23}(t) & \mu_{24}(t) \\ \mu_{30}(t) & \mu_{31}(t) & \mu_{32}(t) & -\mu_{33}(t) & \mu_{34}(t) \\ \mu_{40}(t) & \mu_{41}(t) & \mu_{42}(t) & \mu_{43}(t) & -\mu_{44}(t) \end{bmatrix}$$

Matriks laju transisi untuk rantai markov homogen merupakan matriks dengan laju transisi konstan. Artinya laju transisi konstan sepanjang t waktu. Maka matriks laju transisi untuk rantai markov homogen adalah :

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} -\mu_{00} & \mu_{01} & \mu_{02} & \mu_{03} & \mu_{04} \\ \mu_{10} & -\mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} & \mu_{14} \\ \mu_{20} & \mu_{21} & -\mu_{22} & \mu_{23} & \mu_{24} \\ \mu_{30} & \mu_{31} & \mu_{32} & -\mu_{33} & \mu_{34} \\ \mu_{40} & \mu_{41} & \mu_{42} & \mu_{43} & -\mu_{44} \end{bmatrix} \qquad (2.30)$$

Total laju transisi untuk semua *state i* merupakan jumlah semua entri *i* pada satu baris untuk $i \neq j$ yang dinyatakan dengan

$$\mu_i(t) = \sum_{j:j\neq i}^{N} \mu_{ij}(t)$$

7. Matriks Infinitesimal Generator

Matriks

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} -\mu_{00} & \mu_{01} & \mu_{02} & \mu_{03} & \mu_{04} \\ \mu_{10} & -\mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} & \mu_{14} \\ \mu_{20} & \mu_{21} & -\mu_{22} & \mu_{23} & \mu_{24} \\ \mu_{30} & \mu_{31} & \mu_{32} & -\mu_{33} & \mu_{34} \\ \mu_{40} & \mu_{41} & \mu_{42} & \mu_{43} & -\mu_{44} \end{bmatrix}$$

Disebut *infinitesimal generator* (matriks pembangun) dalam Markov Chain $\{X_t; t \geq 0\}$. Dari persamaan (2.27) dan dengan menggunakan sifat – sifat laju transisi dapat dicari persamaan diferensial Chapman – Kalmogorof jenis *forward*

$$\frac{d}{dt} P_{ij}(t) = \sum_{k\neq j} P_{ik}(t)\mu_{kj}(u) - P_{ij}(t)\mu_j(u) \qquad (2.31)$$ [31]

Dimana ;

$P_{ij}(t)$ = menyatakan peluang transisi dari *state i* akan berpindah ke *state j* setelah t waktu

$\frac{d}{dt} P_{ij}(t)$ = laju peluang transisi untuk masuk atau keluar *state j* pada *t* waktu.

[31] [31] Siti Aminah, dkk, *Premi Asuransi Jiwa Berjangka Pada Kasus Multistate*, Jurnal: Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas Riau Kampus Binawidya 28293 Indonesia, h.5

Dengan melakukan penyederhanaan pada Persamaan diferensial (2.31) maka , fungsi peluang transisi yang diperoleh untuk masing – masing elemen dari peluang transisi $\boldsymbol{P(t)}$ adalah :

$$\boldsymbol{P}_{ij}(t) = \sum_{k=0}^{4} a_{ik} c_{kj} e^{d_k t}. \tag{2.32}$$

F. Asuransi

Asuransi merupakan suatu kemauan untuk menetapkan kerugian-kerugian kecil (sedikit) yang sudah pasti sebagai pengganti (subsitusi) kerugian – kerugian besar yang belum pasti. Dari perumusan tersebut dapat ditarik kesimpulan bahwa, orang bersedia membayar kerugian yang sedikit untuk masa sekarang, agar bisa menghadapi kerugian-kerugian besar yang mungkin terjadi pada waktu mendatang.

G. Asuransi Jiwa

Asuransi jiwa merupakan bentuk kerja sama untuk menghindari atau minimal mengurangi risiko. Risiko-risiko tersebut adalah :

1. Risiko kematian, risiko ini pasti terjadi, tetapi tidak diketahui kapan terjadi, yaitu bisa karena sakit atau kecelakaan.
2. Resika hari tua, risiko ini dapat diperkirakan kpan terjadi, tetapi tidak diketahui berapa lama terjadi, yaitu merosot atau hilangnya kemampuan menghasilakan.
3. Risiko kecelakaan, risiko ini tidak pasti terjadi, tetapi tidak mustahil terjadi

Karena ada risiko demikian akan timbul kesadaran manusia untuk kerja sama menghindarkan atau minimal mengurangi akibat dari risiko tersebut. Prinsip kerja sama itulah yang menjadi dasar bagi perusahaan asuransi untuk menyebarkan risiko kepada orang – orang yang mau bekerja sama. Penyebaran risiko dilakukan dengan memungut iuran dari orang banyak dalam jumlah yang kecil sehingga dalam jangka waktu yang relatif panjang terhimpun dana besar. Dari dana inilah sejumlah uang diberikan sebagai santunan kepada orang yang terkena risiko kematian, hari tua dan kecelakaan. Berdasarkan prisip kerja sama maka didalam asuransi jiwa terdapat hubungan antar hak dan kewajiban yang dinyatakan dalam besaran yaitu jumlah uang dan jumlah premi. Hubungan ditentukan dengan dasar hitungan tingkat kematian (peluang seseorang akan meninggal dalam jangka waktu tertentu), suku bunga uang dan biaya administrasi asuransi.[32]

H. Premi Tunggal Asuransi Jiwa

Asuransi jiwa adalah suatu program atau produk asuransi yang memberikan manfaat *(benefit)* pengalihan risiko atas kehilangan nilai ekonomis hidup seseorang dari tertanggung (nasabah perusahaan asuransi) kepada penanggung (perusahaan asuransi). Jumlah dan waktu pembayaran *benefit* dalam kasus dua state dipengaruhi oleh panjang interval sejak asuransi diterbitkan sampai dengan tertanggung meninggal. Dalam hal ini, model akan dibentuk dari *benefit function* (b_t) dan *factor discount* (v_t). Nilai b_t diasumsikan sebesar 1 satuan dan v_t adalah faktor diskon dari bunga majemuk dan diasumsikan laju bunga adalah *deterministic* sehingga tidak ada distribusi peluang untuk laju bunga, dan t adalah panjang interval sejak asuransi dikeluarkan sampai dengan meninggal.

[32]Yuciana Wilandari, “Asuransi Kesehatan Individu Perawatan Rumah Sakit”, Jurnal : Jurusan Matematika FMIPA UNDIP Jln. Prof. H. Soedarto, S. H., Semarang. Diakses pada 25 oktober 2015.

Model atau fungsi *present value* dinyatakan dengan

$$z_t = b_t v_t, \qquad t \geq 0$$

$$z_t = 1\ satuan\ .v^t$$

$$z_t = v^t$$

Dengan z_t adalah fungsi *present value* atau peubah acak pembayaran *benefit* pada saat polis asuransi dikeluarkan.

Jika *benefit* asuransi tersebut dibayakan segera pada saat tertanggung meninggal kapan saja maka *benefit* asuransi tersebut berbentuk kontinu dan disebut asuransi jiwa seumur hidup yang kontinu. Premi tunggal bersih (*actuaria present value)* dari asuransi jiwa seumur hidup yang kontinu dapat ditentukan dengan rumus berikut:

$$E(Z) = E(z_t) = \int_0^\infty v^t . f(t) t \quad (2.33)$$ [33]

Selanjutnya, $f(t)$ merupakan fungsi densitas dari *t* maka

$$f(t) = P_{ij}\ \mu_{ij} . \quad (2.34)$$ [34]

Berdasarkan persamaan (2.32) maka fungsi densitasnya menjadi

$$f(t) = \sum_{k=0}^{4} a_{ik} c_{kj} e^{d_k t}$$

Dalam asuransi, premi tunggal bersih dinotasikan dengan $\overline{A}_x$.[35]

Sehingga,

$$\overline{A}_x = \sum_{k=0}^{4} \frac{1}{(\delta - d_k)} \left(1 - e^{-(\delta - d_k)n}\right) f_{T(x)}(t) \quad (2.35)$$

[33] Newton L. Bowers, *Actuarial Mathematics 2nd Edition*, h. 96
[34] Siti Aminah, dkk, *Premi Asuransi Jiwa Berjangka Pada Kasus Multistate*, Jurnal: Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas Riau Kampus Binawidya 28293 Indonesia, h. 6
[35] Newton L. Bowers, dkk, *Actuarial Mathematics 2nd Edition*, The Society of Actuaries, (Itasca : Illinois,1997), h.92-95

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian terapan *(applied research)*.

B. Lokasi dan Waktu Penelitian

1. Lokasi Penelitian

Lokasi penelitian adalah Rumah Sakit Labuang Baji.

2. Waktu Penelitian

Penelitan ini mulai awal bulan April 2013 sampai akhir Maret 2014, data rekam pasien.

C. Jenis dan Sumber Data

1. Jenis Data

Jenis data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder. Jenis data sekunder merupakan sumber data penelitian yang diperoleh secara tidak langsung melalui perantara.

2. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini bersumber dari rumah sakit Labuang Baji.

D. Definisi Operasional Variabel

Adapun variabel yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

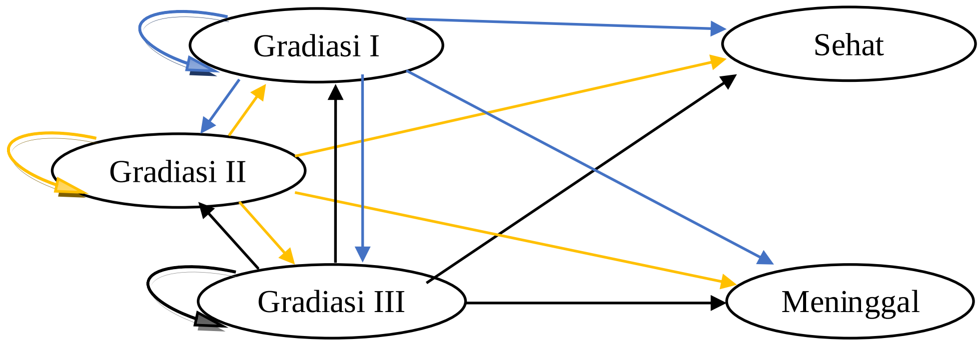
1. Keadaan 00 dengan indikator demam yang disertai dengan gejala tidak khas, satu – satunya uji tourniquet. perdarahan spontan di kulit dan atau perdarahan lain.
2. Keadaan 01 dengan indikator didapatkan kegagalan sirkulasi, yaitu nadi cepat dan lembut, tekanan nadi menurun (≤ 20 mmHg) atau hipotensi, sianosis di sekitar mulut, kulit dingin dan lembab, dan anak/pasien tampak gelisah.
3. Keadaan 02 dengan indikator Syok berat *(profound shock),* nadi tidak dapat diraba dan tekanan darah tidak terukur.
4. Keadaan 03 dengan indikator demam yang dirasakan sudah meredah, selain itu nilai keping darah *(trombosit)* sudah kembali mendekati normal.
5. Keadaan 10 dengan indikator perdarahan mulai berkurang, akan tetapi masih demam.
6. Keadaan 11 dengan perdarahan spontan pada kulit dan atau perdarahan lainnya, nadi cepat dan lemah, tekanan nadi menurun *(hipotensi)* .
7. Keadaan 12 dengan indikator Hipotensi, kulit basah, dingin, gelisah dan syok berat.
8. Keadaan 13 dengan indikator perdarahan spontan dan demam sudah meredah, nilai keping darah *(trombosit)* sudah kembali mendekati normal.
9. Keadaan 20 dengan indikator gejala syok sudah tidak terlihat, akan tetapi masih demam.
10. Keadaan 21 dengan indikator gejala syok sudah tidak terlihat, akan tetapi didapatkan kegagalan sirkulasi darah yang ditandai dengan nadi cepat, lemah, dan tekanan darah menyempit (20 mmHg atau kurang).

11. Keadaan 22 dengan indikator syok berat *(profound syok)*, nadi tidak di rabah dan tekanan darah tidak terukur.
12. Keadaan 23 dengan indikator gejala syok sudah tidak terlihat nilai keping darah *(trombosit)* sudah kembali mendekati normal.

E. Prosedur Penelitian

Adapun prosedur penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui pemodelan asuransi jiwa yang dimodelkan yaitu sebagai berikut:
   a. Menghitung state awal
   b. Menghitung perpindahan state yang diperoleh dari data rekam medis



Gambar 3.1 Perpindahan *State*

Ket:

0 = Gradiasi I

00 = keadaan gradiasi I keluar dalam keadaan I

01 = keadaan gradiasi I berpindah ke keadaan gradiasi II

02 = keadaan gradiasi I berpindah ke keadaan gradiasi III

03 = keadaan gradiasi I keluar dengan keadaan sehat

04 = keadaan gradiasi I keluar dengan keadaan meninggal

1 = Gradiasi II

10 = keadaan gradiasi II berpindah ke keadaan gradiasi I

11 = keadaan gradiasi II keluar dalam keadaan gradiasi II

12 = keadaan gradiasi II berpindah pada keadaan gradiasi III

13 = keadaan gradiasi II keluar dengan keadaan sehat

14 = keadaan gradiasi II keluar dengan keadaan meninggal

2 = Gradiasi III

20 = keadaan gradiasi III berpindah ke keadaan gradiasi I

21 = keadaan gradiasi III berpindah ke gradiasi II

22 = keadaan gradiasi III keluar dalam keadaan gradiasi III

23 = keadaan gradiasi III keluar dengan keadaan sehat

24 = keadaan gradiasi III keluar dengan keadaan meninggal.

c. Menghitung probabilitas transisi (P_{ij}), yaitu dengan perhitungan klasik dan peluang bersyarat.

d. Dari matriks probabilitas transisi maka diperoleh model yang akan digunakan.

2. Untuk mengetahui perhitungan premi asuransi menggunakan metode markov dengan menggunakan model matriks probabilitas transisi, maka:

a. Menghitung entrain matriks laju transisi untuk setiap nilai $\mu_{ij}(t)$, yaitu

$$\mu_{ij}(t) = \lim_{t \to 0} \frac{P_{ij} - \delta_{ij}}{t}$$

dimana :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & lainnya \end{cases}$$

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} -\mu_{00} & \mu_{01} & \mu_{02} & \mu_{03} & \mu_{04} \\ \mu_{10} & -\mu_{11} & \mu_{12} & \mu_{13} & \mu_{14} \\ \mu_{20} & \mu_{21} & -\mu_{22} & \mu_{23} & \mu_{24} \\ \mu_{30} & \mu_{31} & \mu_{32} & -\mu_{33} & \mu_{45} \\ \mu_{40} & \mu_{41} & \mu_{42} & \mu_{43} & -\mu_{44} \end{bmatrix}$$

b. Dengan memanfaatkan matriks laju transisi, menentukan fungsi peluang transisi dengan Matriks *Infinitesimal Generator* (matriks pembangun), yaitu mencari matriks diagonal (**D**), matriks vektor eigen (**A**), dan invers dari matriks **A** (**C**) dengan persamaan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{P}_{ij}(t) = \sum_{k=0}^{4} a_{ik} c_{kj} e^{d_k t}$$

c. Menentukan fungsi densitas dari variabel random $T(x)$ yaitu:

$$f_{T(x)}(t) = \boldsymbol{P}_{ij}(t)\mu_{ij}$$

d. Menghitung premi bersih dengan persamaanya yaitu:

$$\overline{A'}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{4} \frac{1}{(\delta - d_k)} \left(1 - e^{-(\delta - d_k)n}\right) a_{ik} c_{kj} \mu_{ij} .$$

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data pasien Demam Berdarah Dengue (DBD) di Rumah Sakit Labuang Baji (April 2013 sampai dengan Maret 2014) dengan jumlah sampel sebanyak 104 pasien, yang merupakan hasil pencatatan medis hasil diagnosa pasien.

Sebelum melakukan analsis data dan pembahasan lebih lanjut terhadap data penelitian, terlebih dahulu berikut diberikan penjelasannya.

1. Profil data

Data yang di ambil dari Rumah Sakit Labuang Baji merupakan data rekam medis dari pasien penderita penyakit Demam Berdarah Dengue (DBD) adalah:

Tabel 4.1 Data Pasien Demam Berdarah Dengue (DBD) Tahun 2013

No	Bulan	Jumlah Pasien
1	April	19
2	Mei	13
3	Juni	10
4	Juli	14
5	Agustus	8
6	September	4
7	Oktober	3
8	November	2
9	Desember	4
	Jumlah	77

Sumber data : Diolah berdasarkan data tabel pada Lampiran A

Berdasarkan Tabel 4.1 di atas sebaran data pasien Demam Berdarah Dengue (DBD) pada tahun 2013, data tertinggi yaitu pada bulan April sebanyak

19 pasien sedangkan yang rendah terdapat pada bulan November sebanyak 2 pasien.

Tabel 4.2 Data Pasien Demam Berdarah Dengue tahun 2014

No	Bulan	Jumlah Pasien
1	Januari	11
2	Februari	7
3	Maret	9
	Jumlah	27

Sumber data : Diolah berdasarkan data tabel pada Lampiran A

Berdasarkan Tabel 4.2 di atas sebaran data pasien penyakit Deman Berdarah Dengue (DBD) pada tahun 2014, tertinggi pada bulan Januari sebanyak 11 pasien dan terrendah pada bulan Februari sebanyak 7 pasien.

2. Data perpidahan setiap state

Data yang terkait dengan Demam Berdarah Dengue (DBD) yang diperoleh dari rekam medis pasien sebanyak 104 pasien, dimana perpindahan state yang terdapat pada penyakit Demam Berdarah Dengue (DBD) yaitu dengue gradiasi II, dengue gradiasi II, dengue gradiasi III, sehat dan meninggal dengan karakteristik data perjalanan status sebagai berikut :

Tabel 4.3 Karakteristik status penyakit Demam Berdarah Dengue (DBD)

No	Jenis Kelamin	Usia	Gradiasi I	Gradiasi II	Gradiasi III	Sehat	Meninggal
1	L	7.7 th			√		√
2	P	13 th	√	√		√	
3	P	12 th		√		√	
4	P	13	√			√	
5	P	6.3 th			√		√
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
102	L	16 th	√	√		√	
103	P	16 th	√		√	√	
104		7 th			√	√	

Sumber data : Diolah berdasarkan data tabel pada Lampiran A

Ket :

– · – · – · – · = Potongan tabel

Data yang lebih lengkap untuk data perpindahan setiap *state* dapat di lihat pada Lampiran A.

a. Jumlah pasien berdasarkan kategori status

Kategori satatus pasien Demam Berdarah Dengue (DBD) berdasarkan data rekam medis pasien dengan jumlah pasien dari setiap perjalanan status yang diperoleh dari diagnosa dokter adalah sebagai berikut :

Tebel 4.4 Jumlah setiap *state* Pasien Demam Berdarah Dengue (DBD)

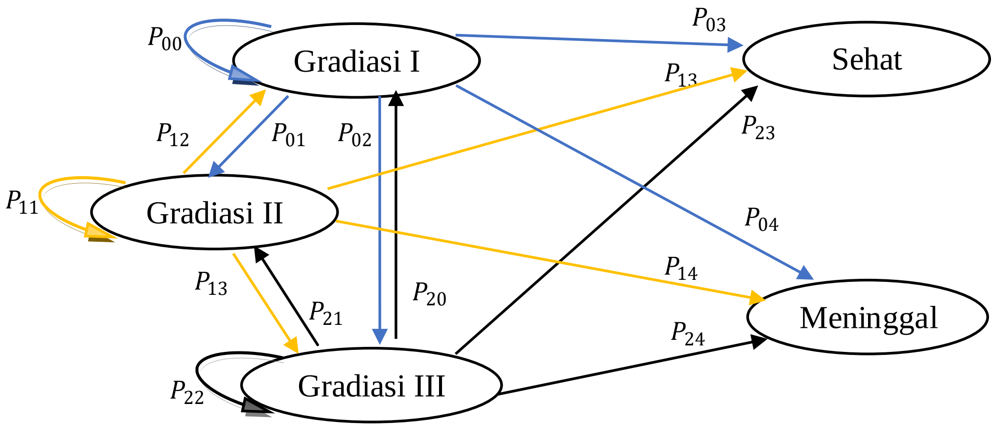
	Gradiasi I	Gradiasi II	Gradiasi III	Sehat	Meninggal
Gradiais I	8	12	12	47	2
Gradisi II	7	4	5	21	2
Gradiasi III	5	1	3	14	5
Sehat	-	-	-	-	-
Meninggal	-	-	-	-	-

Sumber data : Diolah berdasarkan data tabel pada Lampiran A

Berdasarkan Tabel 4.4 di atas keadaan pasien Demam Berdarah Dengue (DBD) dengan jumlah setiap perpindahan yang terbanyak adalah keluar dalam keadaan sehat.

3. Menentukan perjalanan status

Menentukan perjalanan status untuk setiap pasien penderita Demam Berdarah Dengue (DBD) berdasarkan data rekam medis yang diperoleh, terdiri dari dengue gradiasi I (0), gradiasi II (1), gradiasi III (2), sehat (3) dan meninggal (4). Adapun gambaran statusnya yang akan membentuk matriks $5\ x\ 5$ adalah sebagai berikut:



Gambar 4.1 Perjalanan status

4. Menentukan probabilitas setiap kejadian

Probabilitas kejadian dalam penenlitian ini mengikuti proses Bernouli yang terdiri dari 2 kejadian yaitu:

Pertama kejadian sukses artinya berpindah status

Kedua kejadian gagal artinya tidak berpindah status yang lain

Probabilitas sukses disimbolkan dengan p dan probabilitas gagal disimbolkan dengan q atau $1 - p$.

Membuat matriks probabilitas transisional terlebih dahulu harus diketahui probabilitas transisinya dengan langkah sebagai berikut:

Berdasarkan (2.3) maka diperoleh nilai untuk setiap probabilitas transisi yaitu :

$P_{00} = 0.0769$

$P_{11} = 0.0385$

$P_{22} = 0.288$

Berdasarkan (2.5) maka diperoleh nilai untuk setiap probabilitas transisi yaitu :

$P_{01} = 0.5$ $P_{10} = 0.2375$ $P_{20} = 0.2$

$P_{02} = 0.6071$ $P_{12} = 0.2143$ $P_{21} = 0.1759$

$P_{03} = 0.5875$ $P_{13} = 0.25$ $P_{23} = 0.1625$

$P_{04} = 0.2222$ $P_{14} = 0.2222$ $P_{24} = 0.5556$

Dengan memperhatikan perhitungan P_{ij} di atas, Maka matriks probabilitas transisi yang diperoleh berdasarkan (2.28) adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{P(t)} = \begin{bmatrix} 0.0769 & 0.5000 & 0.6071 & 0.5875 & 0.2222 \\ 0.2375 & 0.0385 & 0.2143 & 0.2500 & 0.2222 \\ 0.2000 & 0.1579 & 0.0288 & 0.1625 & 0.5556 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

Pada matriks diatas diperoleh nilai peluang probabilitas transisi yang lengkap dari masing-masing *state* yaitu keadaan pasien Demam Berdarah Dengue (DBD) tetap pada keadaan tetap gradiasi I adalah 0.0769 (7.69%), berpindah dari keadaan gradiasi I ke keadaan gradiasi II adalah 0.5 (50%), berpindah dari keadaan gradiasi I ke gradiasi III adalah 0.6071 (60.71%), berpindah dari keadaan gradiasi I ke sehat adalah 0.5875 (58.75%) , dan berpindah dari keadaan gradiasi I ke mininggal 0.2222 (22.22%). Berpindah dari gradiasi II ke gradiasi I adalah 0.2375 (23.75%), tetap pada gradiasi II adalah 0.0385(3.85%), berpindah dari gradiasi II ke gradiasi III adalah 0.2143 (21.43%), berpindah dari gradiasi II ke sehat 0.25 (25%) dan dari gradiasi II ke meninggal adalah 0.2222 (22.22%). Berpindah dari gradiasi III ke gradiasi I adalah 0.2 (20%), berpindah dari gradiasi III ke gradiasi II adalah 0.1579 (15.79%), tetap pada keadaan gradiasi III adalah 0.0288 (2.88%), berpindah dari gradiasi III ke sehat adalah 0.1625 (16.25%), berpindah dari gradiasi III ke meinggal adalah 0.5556 (55.56%).

5. Membuat matriks laju transisi

Berdasarkan hasil perhitungan probabilitas transisi yang diperoleh, dimana hasil matriks probabilitas transisi $\left(P_{ij}(t)\right)$ merupakan entrain dari matriks laju transisi **M**, maka untuk entrain matriks laju transisinya adalah sebagai berikut:

$\mu_{ij}(t) = \lim_{t\to 0} \frac{P_{ij}(t)-\delta_{ij}}{t}$

Dengan memperhatikan perhitungan μ_{ij} di atas, Maka diperoleh matriks laju transisi **M** berdasarkan (2.30) adalah sebagai berikut :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -0.9231 & 0.5000 & 0.6071 & 0.5875 & 0.2222 \\ 0.2375 & -0.9615 & 0.2143 & 0.2500 & 0.2222 \\ 0.2000 & 0.1579 & -0.9712 & 0.1625 & 0.5556 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -1.0000 \end{bmatrix}$$

a. Menghitung fungsi peluang transisi

$$\boldsymbol{P}_{ij}(t) = \sum_{k=0}^{4} a_{ik} c_{kj} e^{d_k t}.$$

Persamaan di atas menyatakan bahwa untuk menentukan fungsi peluang transisi berada pada *state i* ke *state j.* Selanjutnya akan dicari nilai eigen dari laju matriks transisi **M** dengan **M= A D C**. yang mana **D** adalah matriks diagonal dengan elemen-elemen diagonal d_1, d_2, d_3, d_4 dan d_5, sementara **A** adalah matriks vektor eigen yang bersesuaian dengan d_i dan **C** adalah invers matriks **A**. Misalkan

$\mu_{ij}^{(x)}$ adalah laju transisi dari *state* *i* ke *state* *j*. Dengan bantuan Matlab adapun hasil yang lebih lengkap dilihat pada Lampiran B.

$\boldsymbol{P}_{ij}(t) = \sum_{k=0}^{4} a_{ik} c_{kj} e^{d_k t}$

$\boldsymbol{P}_{00} = (a_{00} c_{00} e^{d_0} + a_{01} c_{10} e^{d_1} + a_{02} c_{20} e^{d_2} + a_{03} c_{30} e^{d_3} + a_{04} c_{40} e^{d_4})$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_{00} = {} & (0.8072 * 0.5314) * \exp(-0.3576) + (0.8768 * 0.6512) * \\ & \exp(-1.3479) + (0.0611 * 0.0027) * \exp(-1.1503) + (-0.3367 * 0) * \\ & \exp(-1.000) + (0.1056 * 0) * \exp(-1.000)\end{aligned}$$

$\boldsymbol{P}_{00} = 0.4484$

Dengan perhitungan yang sama untuk $\boldsymbol{P}_{01}, \boldsymbol{P}_{02}, \dots, \boldsymbol{P}_{24}$ dari masing – masing elemen dari peluang transisi $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{t})$ yang lebih lengkap dapat dilihat pada Lampiran C.

b. Menghitung fungsi densitas

$$f_{T(x)}(t) = \boldsymbol{P}_{ij}(t)\mu_{ij}\,.$$

Setelah mendapatkan fungsi peluang transisi maka untuk menghitung fungsi densitas menggunakan persamaan di atas.

$f_{T(x)}(t) = \boldsymbol{P}_{ij}(t)\mu_{ij}$

$f_{00} = (0.4484) * (-0.9231)$

$f_{00} = 0.1116$

Dengan perhitungan yang sama untuk $f_{01}, f_{02}, \dots, f_{24}$ dari masing – masing fungsi densitas hasil yang lebih lengkap dapat dilihat pada Lampiran D.

6. Menghitung premi

Setelah mendapatkan fungsi densitas maka untuk menghitung premi dengan Asuransi yang diambil adalah asuransi jiwa berjangka dengan jangka waktu 1 tahun, adalah sebagai berikut:

$$\bar{A}'_{x:\bar{1}|} = \sum_{k=0}^{4} \frac{1}{(\delta - d_k)} \left(1 - e^{-(\delta - d_k)n}\right) f_{T(x)}(t)$$

$$\bar{A}'_{x:\bar{1}|00} = \left[\left(\frac{1}{1-d_0}(1 - e^{-(1-d_0)}\right) + \left(\frac{1}{1-d_1}(1 - e^{-(1-d_1)}\right) + \left(\frac{1}{1-d_2}(1 - e^{-(1-d_2)}\right) + \left(\frac{1}{1-d_3}(1 - e^{-(1-d_3)}\right) + \left(\frac{1}{1-d_4}(1 - e^{-(1-d_4)}\right) * (f_{00})\right]$$

$$\bar{A}'_{x:\bar{1}|00} = 1.5966$$

Perlakuan diatas berlaku untuk setiap $\bar{A}'_{x:\bar{1}|01}, \bar{A}'_{x:\bar{1}|02}, \dots, \bar{A}'_{x:\bar{1}|24}$ dengan jangka waktu 1 tahun, akan tetapi untuk delta *konecker* sama dengan 1 jika $i = j$ dan 0 jika $i \neq j$ dan hasil yang lebih lengkap dapat dilihat pada Lampiran E.

B. Pembahasan

Berdasarkan hasil analisis data yang dilakukan untuk menghitung premi asuransi dengan asuransi yang digunakan adalah asuransi jiwa berjangka yang dibayarkan secara periodik yaitu 1 tahun, asuransi ini berlaku untuk pasien Demam Berdarah Dengue (DBD). Jika untuk setiap pasien Demam Berdarah Dengue (DBD) diperoleh nilai $\bar{A}'_{x:\bar{n}|}$, dimana $\bar{A}'_{x:\bar{n}|}$ merupakan pembobot santunan untuk satu satuan mata uang serta nilai akumulasi dari semua premi tahunan yang dibayar sepanjang kontrak. Dimisalkan (B) santunan sebesar Rp 500.000 $x\ \overline{A'}_{x:\overline{n}|}$ sama dengan besar premi yang di bayar sepanjang kontrak.

Sehingga untuk setiap keadaan besar premi yang di bayarkan adalah sebagai berikut :

1. Keadaan Gradiasi I

Pada keadaan tetap gradiasi I dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|00} = 1.5966\ x$Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 796350, Sedangkan untuk keadaan gradiasi I berpindah ke keadaan gradiasi II dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|01} = 2.6867\ x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 1343350, keadaan gradiasi I berpindah ke gradiasi III dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|02} = 2.7190\ x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 1359500, keadaan gradiasi I berpindah ke sehat dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|03} = 2.7204\ x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 1360200 dan keadaan gradiasi I berpindah ke meninggal dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|04} = 2.7450\ x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 1372500.

2. Keadaan Gradiasi II

Pada keadaan gradiasi II berpindah ke gradiasi I dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|10} = 2.6320\ x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 1316000 sedangkan untuk keadaan tetap gradiasi II dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|11} = 1.6029\ x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 801450, keadaan gradiasi II berpindah ke gradiasi III dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|12} == 2.6316\ x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 11315800, keadaan gradiasi II berpindah ke sehat dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|13} = 2.6373\, x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 1318650 dan keadaan gradiasi II ke meninggal dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|14} = 2.6337\, x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 1316850.

3. Keadaan Gradiasi III

Pada keadaan gradiasi III berpindah ke keadaan gradiasi I dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|20} = 2.6274\, x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah 1313700, sedangkan untuk keadaan gradiasi III berpindah ke gradiasi II dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|21} = 2.6245\, x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 1312250, keadaan tetap pada gradiasi III dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|22} = 1.6025\, x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 801250, keadaan gradiasi III berpindah ke sehat dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|23} = 2.6260\, x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah Rp 1313000 dan keadaan gradiasi III berpindah ke meninggal dengan nilai $\overline{A'}_{x:\overline{1}|24} = 2.5701\, x$ Rp 500000, maka besar premi yang di bayarkan adalah 1285050.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Adapun kesimpulan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model matriks probabilitas transisi yang didapatkan dengan kasus *multistate* yaitu dengan matriks yang berukuran $5 \; x \; 5$ adalah :

$$\boldsymbol{P(t)} = \begin{bmatrix} 0.0769 & 0.1154 & 0.1154 & 0.4519 & 0.0192 \\ 0.0673 & 0.0385 & 0.0481 & 0.2019 & 0.0192 \\ 0.0481 & 0.0096 & 0.0385 & 0.1346 & 0.0481 \\ 0.0000 & 0.00000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

2. Besar premi asuransi jiwa berjangka 1 tahun yang dibayarkan untuk setiap pasien Demam Berdarah Dengue (DBD) bedasarkan pembobot $(\overline{A}'_{x:\overline{n}|})$ dengan santunan (B) sebesar Rp 500.000 , yaitu untuk $\overline{A}_{x:\overline{1}|00} = 789300$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|01} = 1343350$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|02} = 1359500$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|03} = 1360200$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|04} = 1372500$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|10} = 1316000$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|11} = 801450$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|12} = 1315800$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|13} = 1318650$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|14} = 1316850$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|20} = 1313700$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|21} = 1312250$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|22} = 801250$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|23} = 1313000$, $\overline{A}_{x:\overline{1}|24} = 1285050$.

B. Saran

Adapun saran pada penelitian ini adalah sebagai untuk hasil penelitian dengan menggunakan model ini sangat penting dikembangkan untuk membantu setiap orang dalam mengambil keputusan dalam setiap penentuan perlakaukan meskipun hanya dapat membantu menggambarkan, sehingga disarankan untuk penellitian selanjutnya dapat menggunakan model ini dalam kasus yang lain yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari.

DAFTAR PUSTAKA

Aminah Sitti,dkk "Premi untuk Asuransi Jiwa Berjangka pada Kasus Multistate", Jurnal Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau Kampus Binawidya 28293 Indonesia. Diakses 20 Oktober 2015

Abdullah, *"Tafsir Ibnu Katsir Jilid 4",* Bogor : Pustaka Imam Asy-Syafi'i, 2004

AchdijaT, Didi. *Teknik Pengelolaan Asuransi Jiwa*. Jakarta : Gunadarma, 1993

Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A. & Nesbitt, C. J. *Actuarial Mathematics 2nd Edition*, The Society of Actuaries. Itasca : Illinois, 1997

Departemen Agama RI, Al Hikmah Al-Quran dan Terjemahannnya. Bandung: Diponegoro, 2008

Fabio Baione dan Susanna, Levantesi ."A health insurance pricing model based on prevalence rates: Application to critical illness insurance", Jurnal Insurance: Mathematic and economic Vol. 58, 2014

Hamdy, A. Taha. *Riset Operasi Jilid* Dua. Jakarta : Binarrupa Aksara, 1996

Harinaldi. *Prinsip – prinsip Satistik Untuk Teknik dan Sains*. Jakarta : Erlangga, 2005

Haryadi, Sarjono. *Aplikasi Riset* Operasi. Jakarta : Salemba Empat, 2010

Kulkarni, *Modeling Analysis Design, and Control of Stochastic System*. New York : Springer, 1999

Mulyono, Sri. *Riset Operasi*. Jakarta : Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, 2002

Salim, Abbas. *Asuransi dan Manajement Risiko*. Jakarta:PT. Raja Grafindo Persada,2007

Sericola, Bruno. *Markov Chains Theory, Algoritms and Applications*. London : ISTE, 2013

Siagian. *Penelitian Operasioanal Teori dan* Praktek. Jakarta : Universitas Inonesia, 1987

Siswanto, M.Sc. *Operations Research Jilid II*. Yogyakarta : Erlangga, 2007

Soemitra, Andi M.A, *Bank dan Lembaga Keuangan Syariah Edisi Pertama.* Cet. 2; Jakarta : Kencana, 2009

Spiegel, Murray R. Dkk. *Probabilitas dan Statistik*, Jakarta: Erlangga, 2004

Supranto. *Statiatik Teori dan Aplikasi Edisi Ketujuh Jilid 1*. Jakarta: Erlangga, 2008

Taylor, Haward M dan Karlin, Samuel. *An Introduction to Stochastic Modeling Third Edition*. USA : Academic Press, 1998

Yuciana Wilandari, "Asuransi Kesehatan Individu Perawatan Rumah Sakit", Jurnal : Jurusan Matematika FMIPA UNDIP Jln. Prof. H. Soedarto, S. H., Semarang. 2015.

Walpole, Ronald. E & Myers, Raymond H, 1995, ilmu peluang dan statistik untuk insinyur dan ilmuwan, Bandung : Institut Teknologi Bandung

Zuhairo, Faihatuz. *Diklat Kuliah Matematika Asuransi*, 2012

RIWAYAT HIDUP

Nama Maulidina, lahir pada tanggal 22 Agustus 1994 di Lepa – lepa. Anak pertama dari tiga bersaudara, pasangan dari Almarhum Abd. Kadir dan Sulhani. penulis menempuh pendidikan Sekolah Dasar di SDN 102 Burau Kabupaten Luwu Timur mulai 2000 – 2006. Setelah itu melanjutkan pendidikan di SMPN 2 Burau pada tahun 2006-2009. Penulis melanjutkan pendidikan SMA Negeri 1 Burau pada tahun 2009-2012. Pada tahun yang sama penulis melanjutkan keperguruan tinggi Negeri mengambil Jurusan Matematika Sains pada Fakultas Sains dan Teknologi UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) Alauddin Makassar. Sewaktu kuliah penulis bergabung dalam Himpunan Mahsiswa Jurusan Matematika (HMJ-MTK).